

2024-2025 春夏 概率论与数理统计 赵敏智周 四67节班 第一次小测

填空题

1. 设 $P(A) = P(B) = P(C) = 0.5$, $P(B|A) = 0.6$, C 与 $A \cup B$ 独立
则 $P(\bar{B}|A) = \underline{\hspace{2cm}}$, $P(A \cup B \cup C) = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 独立重复抛一枚均匀的硬币 100 次, 若一共出现 50 次正面, 则前两次都是正面的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
3. 设 X 服从参数为 $\lambda > 0$ 的泊松分布, 则 $P(X \text{为偶数}) - P(X \text{为奇数}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

二

设 $X \sim U(-2, 4)$, $Y = \min\{|X|, 2\}$, $Z = X^4$

1. 求 Y 的分布函数
2. 求 Z 的密度函数
3. 设 A 和 X 独立, 且 $P(A = 1) = 0.2 = 1 - P(A = 0)$, 令 $H = X + A$, 计算 $P(H > 1 | H > 0)$

三

设 a 是一个数, 二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数是 $f(x, y) = \begin{cases} a(x + y), & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

1. 设 (X, Y) 的联合分布函数为 $F(x, y)$, 求 $F(\frac{3}{4}, \frac{1}{2})$
2. 求 X, Y 各自的边际密度函数
3. 判断 X, Y 是否独立, 需说明理由
4. 求 $P(X > \frac{1}{4} | Y = \frac{1}{2})$
5. 求 a

四

设 X_1, X_2, \dots, X_{10} 独立同分布, $P(X_1 = 1) = 0.4, P(X_1 = 2) = P(X_1 = 3) = 0.3$
令 $M = \max\{X_1, X_2, \dots, X_{10}\}, N = \min\{X_1, X_2, \dots, X_{10}\}$, 求

1. N 的分布律
2. 给定 $\{N = 1\}$ 的条件下 M 的条件分布律