

第一题

已知 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 3x, & 0 < y < x < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

- (1) 求 $E[X]$, $E[Y]$, $E[XY]$ 和 $\text{Cov}(X, Y)$
- (2) 判断 X 和 Y 是否不相关, 并说明理由
- (3) 令 $Z = \max(X, 0.5)$, 计算 $E[Z]$

第二题

设 $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots$ 独立同分布, 且 (X_1, Y_1) 服从二维正态分布, $X_1 \sim N(2, 1)$, $Y_1 \sim N(1, 4)$, X_1 和 Y_1 相关系数为 0.5。

- (1) 求 $P(2X_1 + 1 > Y_1)$;
- (2) 当 $n \rightarrow \infty$ 时, $\frac{Y_1^2 + Y_2^2 + \dots + Y_n^2}{X_1 + X_2 + \dots + X_n}$ 依概率收敛到什么?
- (3) $|X_1 - 2| + |X_2 - 2| + \dots + |X_{100000} - 2|$ 近似服从什么分布? (需写出参数)。